

LÍMITE DE UNA FUNCIÓN: DE LO ABSTRACTO A LO REAL, UTILIZANDO SOFTWARE LIBRE

Barreno Layedra, Norma del Pilar¹ Román Vargas, Wilson Marcelo²

Martínez Nogales, Juan Manuel³ Cachuput Gusñay, Jorge⁴

RESUMEN

El artículo aborda el problema de reprobación y deserción de los estudiantes en la asignatura de cálculo diferencial. En la fase exploratoria del proyecto de investigación se identifica al tema de límite de una función real como una de las definiciones abstractas y difíciles de comprender por parte del estudiante. Para abordar dicho problema se analiza la incidencia de la utilización del software libre matemático como un recurso didáctico que permita lograr el aprendizaje significativo del límite de una función real, para lo cual se desarrollan aplicaciones informáticas mediante la utilización de software libre matemático, las cuales son construidas relacionando los estilos de aprendizaje, las metodologías didácticas y las características del software libre en dependencia de la temática a ser tratada. Para la verificación de la hipótesis de investigación se identificaron las variables que intervienen en el proyecto, el análisis estadístico aborda la comparación de promedios, el estadístico F y el análisis de correlación, comprobando que la utilización del software incide en lo cognitivo del límite de una función real y mejora el rendimiento académico del estudiante.

Palabras claves: Aprendizaje significativo, estilos de aprendizaje, metodologías didácticas, software libre

LIMIT OF A FUNCTION: FROM THE ABSTRACT TO THE REAL, USING FREE SOFTWARE

ABSTRACT

The paper addresses the problem of students' failure and dropout in the subject of differential calculus; in the exploratory phase of the research project, the subject of the limit of a real function is identified as one of the abstract and difficult definitions to understand by the student; To address the present problem, it is considered, to analyze the incidence of the use of free mathematical software as a didactic resource that allows to achieve significant learning of the limit of a real function, for which software applications are developed using free mathematical software, the same as they are constructed by relating learning styles, didactic methodologies and the characteristics of free software depending on the subject to be treated. For the verification of the research hypothesis, the variables that intervene in the project were identified, the statistical analysis addresses the comparison of averages, the F statistic and the correlation analysis, verifying that the use of the software does affect the cognitive limit of the a real function and improves the academic performance of the student.

Keywords: Adult student, Didactics, Higher education student, Learning process, Social sciences, Social studies teaching, Socioformative teaching mode

¹ Docente en el Departamento de Ciencias Exactas, Universidad de las Fuerzas Armadas – ESPE, Sangolquí (Ecuador) E-mail: nparreno@espe.edu.ec

² Magister en Matemática Aplicada, mención Modelación Matemática y Simulación Numérica. Docente en el Departamento de Ciencias Exactas, Universidad de las Fuerzas Armadas – ESPE, Sangolquí (Ecuador) E-mail: wroman@espe.edu.ec

³ Magister en Ciencias de la Educación Aprendizaje de la Física. Docente en la Escuela Superior Politécnica de Chimborazo, Riobamba (Ecuador)

⁴ Doctor en Física. Docente en la Escuela Superior Politécnica de Chimborazo, Riobamba (Ecuador)

1. Introducción

La globalización del conocimiento impone retos y desafíos a las Universidades. El desarrollo tecnológico exige la formación de ingenieros altamente competitivos, provistos de una sólida formación matemática (Vásquez et al., 2014), lo que obliga a replantear contenidos y metodologías de enseñanza a fin de conseguir estudiantes motivados, creativos e innovadores mediante la integración del saber, el saber hacer y el saber ser (Cheung, 2013). Al respecto, Gravemeijer (2017) llega a preguntarse ¿cuál educación matemática puede preparar a los estudiantes para la sociedad del futuro? Y revisando a Niss (2016) se pueden identificar los lineamientos sobre las competencias matemáticas de un estudiante, considerando que la matemática es concebida como la ciencia del conocimiento, caracterizada por intentar reflejar la realidad a través de un lenguaje formal que pretenda describir las relaciones cualitativas, cuantitativas y de formas del mundo real.

Según Vargas (2018), la importancia de la matemática en la formación académica de un ingeniero, visualiza la necesidad de formarle con un alto componente en el análisis matemático, donde su principal elemento constituya el dominio y aplicación de la definición del límite de una función enunciada por Cauchy y descrita en Tall (2016). Este enunciado constituye la piedra angular para el desarrollo del análisis real, análisis funcional, análisis armónico y análisis complejo; pero la definición rigurosa de límite es concebida como un concepto muy abstracto; emergiendo la duda sobre cómo debemos enseñar matemática, qué técnica y estrategia didáctica debemos implementar en función del estilo de aprendizaje del estudiante y a cuáles recursos tecnológicos debemos recurrir para mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje. Sobre este particular, Godino (2014) presenta algunos indicadores de idoneidad didáctica.

Durante la investigación se abordó el problema de la inadecuada formación del estudiante en el tema del límite de una función real y su implicación en su formación académica, para lo cual se plantea el desarrollo de aplicaciones informáticas basadas en la utilización de software libre con la finalidad de lograr aprendizajes significativos aplicando el modelo educativo centrado en el estudiante (Cejas et al., 2016). Según González (2016), esto implica que el docente debe estar altamente capacitado para asumir los nuevos retos de la formación académica de un estudiante. Durante la investigación se consideraron dos grupos de estudiantes: grupo de experimentación y grupo de control; se determinó el estilo de aprendizaje de cada estudiante así como la técnica didáctica de la resolución de problemas basada en el enfoque educativo por competencias, cuya incidencia según López et al. (2016) debe ser reflejada en la evaluación del estudiante.

En este artículo se describen el problema, las causas y las posibles consecuencias de la inadecuada formación académica en cuanto a la definición rigurosa del límite de una función real; luego se realiza un análisis del software educativo según criterios técnicos, psicopedagógicos, comunicacionales y administrativos; de este modo se seleccionó el software Geogebra, el cual es presentado por Arbain et al. (2015) como una herramienta informática que permite crear ambientes didácticos-pedagógicos, fortaleciendo en el

estudiante su capacidad de análisis, creatividad, criticidad y conclusión, tal como lo reseñan Vogel et al. (2016). Luego se presentan los resultados obtenidos de los análisis estadísticos implementados en función de las hipótesis formuladas, para finalmente enunciar las conclusiones del estudio. Las hipótesis de investigación quedaron formuladas de la siguiente manera:

- H_0 : Utilizar aplicaciones informáticas no mejora el aprendizaje en los estudiantes
 H_1 : Utilizar aplicaciones informáticas mejora el aprendizaje en los estudiantes

2. Metodología

El estudio del límite de una función real representa uno de los grandes problemas que enfrentan los estudiantes al iniciar sus estudios superiores. Esto ha motivado que varias universidades en el mundo hayan abordado esta situación con el objetivo de determinar las causas, efectos y alternativas de solución a este problema académico, el cual posee implicaciones sociales enmarcadas en los altos índices de reprobación y deserción de la población estudiantil en los primeros niveles. En la Figura 1 se visualizan los principales factores que describen las causas y efectos del problema planteado, evidenciándose la necesidad de generar espacios académicos flexibles, creativos, emotivos y pragmáticos. Esta problemática ya había sido formulada a finales del siglo XVIII por Cauchy y Weierstrass (Borovik & Katz, 2012), quienes hacia el año 1821 formalizaron la definición del límite de una función real y cuya vigencia es de vital importancia en el campo de las ciencias y la ingeniería.

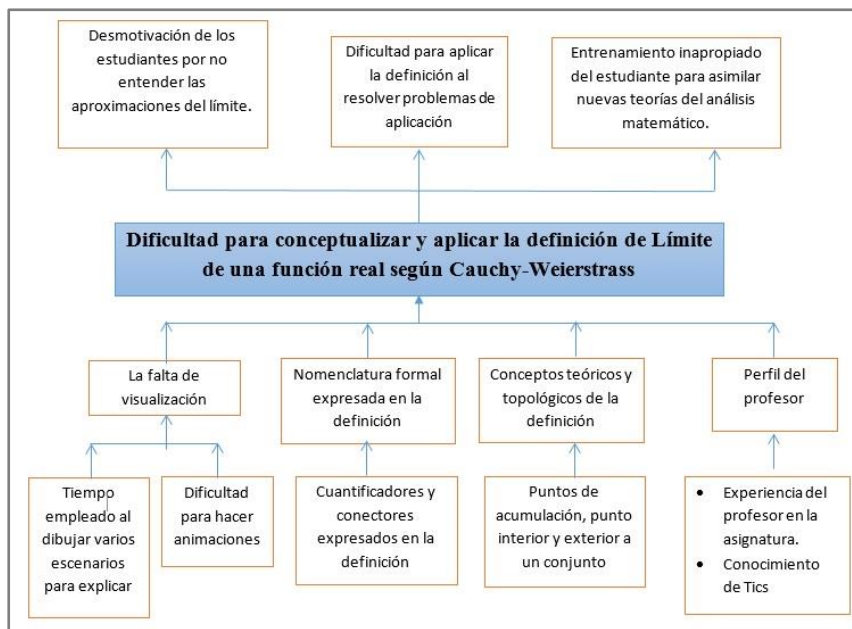


Figura 1. Diagrama de causas-efectos acerca de la dificultad para conceptualizar y aplicar la definición de Límite a una función real.

Fuente: Adaptado de Borovik, A., & Katz, M. G. (2012)

La investigación se planteó según las fases para alcanzar aprendizajes significativos (Figura 2) en función del desarrollo de aplicaciones informáticas orientadas a implementar modificaciones educativas en el área del análisis matemático, las cuales se basan en diseños creativos, motivadores y participativos, adaptados de forma flexible a la metodología de estudio de cada estudiante. Para su realización, se utilizó la técnica de resolución de problemas basada en el enfoque educativo del aprendizaje colaborativo, descrito en Laal y Ghodsi (2012).

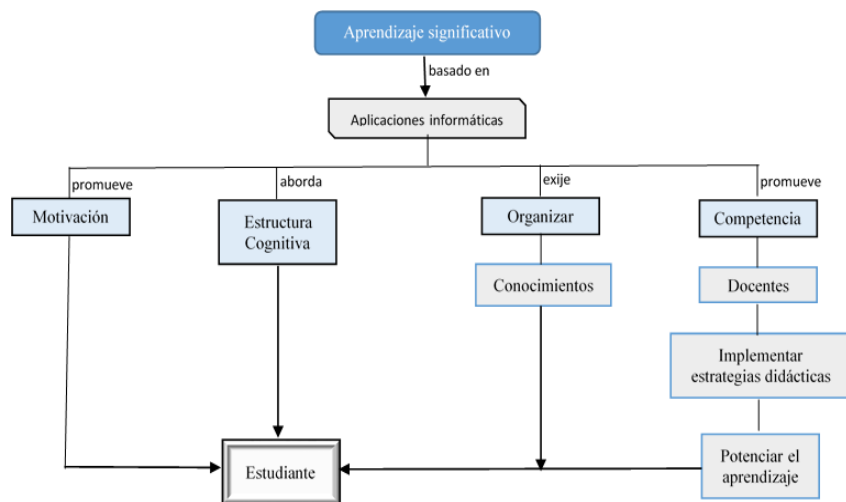


Figura 2. Fases del diseño de las aplicaciones informáticas

Nota: Diagrama elaborado por los autores con la intención de ilustrar que las aplicaciones informáticas representan el puente entre el Aprendizaje Significativo y el estudiante a través de las fases que se indican.

En la actualidad existe una gran cantidad de software matemático, tanto de código abierto como cerrado. Se seleccionó el software Geogebra dadas sus ventajas por ser un software de código abierto, con libertad de estudio y modificación según las necesidades académicas en cuanto al diseño y elaboración de escenarios didácticos que permitan modelaciones y simulaciones; aspectos estos que son resaltados en el trabajo presentado por Zengin et al. (2012). Igualmente, en el estudio realizado por Aqda et al. (2011) se aborda el efecto comparativo de la enseñanza asistida por ordenador y la creatividad del estudiante en clases de matemáticas, lo cual puede evidenciarse en la Figura 3, que representa un ambiente de afecto y de confianza que garantiza el pleno respeto al ritmo de desarrollo de cada estudiante para potenciar su autoestima. Estas propiedades justificaron la elección del software Geogebra, dejando de lado al programa Scilab por ser un lenguaje de programación de alto nivel para cálculo científico, orientado al cálculo numérico, y que para el desarrollo de aplicaciones informáticas requiere conocimientos de programación, lo que limita la generación de casos de estudios para el análisis del límite de una función real.

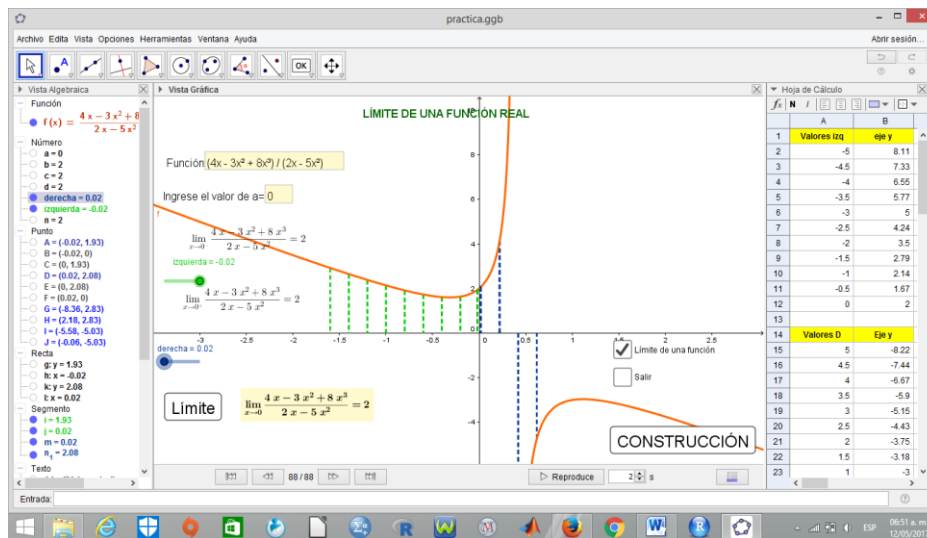


Figura 3. Interfaz de usuario Geogebra

El enfoque de la investigación es cuantitativo ya que se realizó en función del análisis estadístico de los registros de rendimiento académico obtenidos entre el grupo de control y el grupo de experimentación. El diseño de la investigación fue de tipo cuasi-experimental, no habiendo sido necesario recurrir a técnicas de muestreo. Para el grupo experimental se aplicó la metodología didáctica basada en la resolución de problemas mediante la utilización del software libre matemático, y para el grupo de control se desarrollaron las clases con la metodología didáctica basada en la resolución de problemas, pero sin la utilización del software libre matemático.

El método utilizado fue cuantitativo-analítico, utilizando las técnicas de:

- Observación directa en cada una de las actividades de aprendizaje.
- Experimentación, para verificar si la utilización del recurso didáctico, el software libre matemático, hace más interesante y dinámica las sesiones de aprendizaje.
- Comparación entre el grupo control y el grupo experimental.
- Lista de Cotejo, para registrar las observaciones en cuanto a las características y comportamientos de los estudiantes.

Para la recolección de datos se utilizaron los siguientes instrumentos:

- Cuestionarios
- Test
- Evaluaciones escritas
- Desarrollo de prácticas experimentales con la utilización del software libre.

3. Resultados

Se consideraron tres fases de análisis identificadas como el pretest, test y posttest. Para validar los aspectos cognitivos y actitudinales de los estudiantes, el instrumento considerado fue la *Guía de Problemas*, desarrollada en la fase de aplicación.

En el pretest se aplicó una prueba de diagnóstico para identificar los conocimientos previos de los grupos de estudiantes, cuyos resultados se muestran en la Tabla 1, y en la que se evidencia que no existe mayor diferencia entre los promedios de los grupos de investigación.

Tabla 1. Promedio de calificaciones obtenidas en la prueba pretest

Estadístico	Grupo de Experimentación	Grupo de Control
Media	14,82	15,35
Desviación estándar	1,39	1,62
Cuenta	30	30

Adicionalmente, se aplicó el cuestionario CHAEA para identificar los estilos de aprendizaje de los estudiantes. En la Figura 4 se presentan los resultados obtenidos y se determina la correspondiente metodología didáctica e instrumento de evaluación.

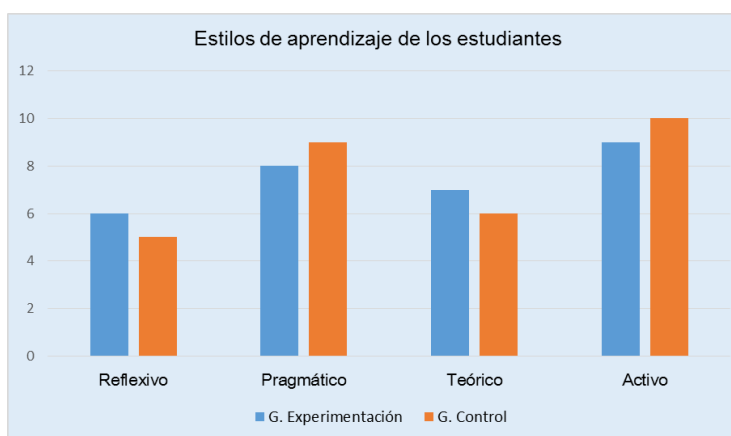


Figura 4. Distribución de los estudiantes en cuanto a sus estilos de aprendizaje

Fuente: Resultados del cuestionario CHAEA

En la fase de test se aplicaron varios instrumentos de evaluación cuya validez fue verificada mediante el coeficiente Alfa de Cronbach obteniendo puntuaciones superiores al 75% (mínimo requerido para la validez del instrumento de evaluación). En la Figura 5 se muestran los resultados obtenidos en las calificaciones de los estudiantes.

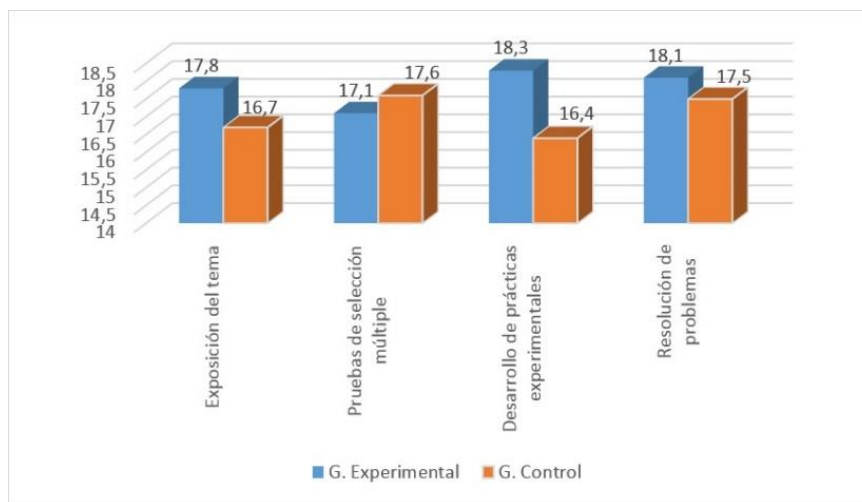


Figura 5. Comparación del promedio de notas obtenidas tras la aplicación de los diferentes instrumentos de evaluación (por grupos)

De los resultados se puede observar que el grupo de experimentación obtiene 18.3/20 mientras que el grupo de control 16.4/20 puntos en el desarrollo de las prácticas experimentales. Entonces, de acuerdo a los resultados obtenidos, la utilización del software libre parece tener incidencia en el aprendizaje.

En el postest, la incidencia del estudio del límite de una función constituye un prerequisite para definir la derivada y la integral de una función real. En la Tabla 2 se presentan los resultados de las evaluaciones, los mismos que se utilizan como indicador para medir el nivel de aprendizaje significativo obtenido por los estudiantes.

Tabla 2. Prueba F para varianza de dos muestras

Estadísticos	Grupo de experimentación	Grupo de control
Media	17,08	15,53
Varianza	1,30	0,39
Grados de libertad	29	23
F	3,28	
Valor crítico para F (una cola)	1,97	

Para validar la hipótesis de investigación se aplicó la distribución F. Los resultados obtenidos son F calculado (3.28) y la F crítica (1.97); como el valor calculado es mayor que el valor crítico, entonces se rechaza la hipótesis nula (H_0) y se acepta la hipótesis de investigación (H_1): “Utilizar aplicaciones informáticas mejora el aprendizaje en los estudiantes”.

Se correlacionan los rendimientos académicos con los estilos de aprendizaje (Tulbure, 2012) y se obtiene que los estudiantes aprenden con más efectividad cuando se les enseña con sus estilos de aprendizaje predominantes. Los resultados obtenidos arrojan que el 25% de los estudiantes son considerados como *teórico-reflexivos*, obtienen un rendimiento académico muy satisfactorio; evidencian el logro del aprendizaje previsto, demuestran el manejo eficiente y eficaz de las tareas propuestas, y proponen diferentes aplicaciones de la temática estudiada. Por su parte, el restante 75% de estudiantes tienen un estilo de aprendizaje *activo-pragmático*, con un rendimiento académico satisfactorio cuyo descriptor determina que evidencia el logro de aprendizaje en la temática tratada y cumple únicamente con lo propuesto en la planificación.

4. Conclusiones

La investigación ha demostrado que en los estudiantes con un estilo de aprendizaje *teórico-reflexivo*, el desarrollo de las aplicaciones informáticas contribuye a fortalecer sus habilidades creativas, críticas, de reflexión, análisis, diseño y originalidad. En tanto que en los estudiantes con estilo de aprendizaje *activo-pragmático*, se ha logrado fortalecer el dinamismo, la visualización de conceptos y procesos de aproximación, la construcción de conceptos particulares, la exploración y el descubrimiento en el análisis de diferentes casos de estudio, enfatizando que no se requiere una calculadora para realizar cálculos, sino una herramienta que permita fomentar la libertad de elección, participación y protagonismo del estudiante. La utilización de herramientas informáticas plantea nuevos retos en el personal docente al integrar modelos educativos, metodologías didácticas y las competencias tecnológicas como parte de una nueva cultura de educación.

Finalmente, se ha podido determinar que el desarrollo de aplicaciones informáticas como estrategia didáctica en el proceso de enseñanza-aprendizaje, está directamente vinculado con la utilización de software matemático, lo cual no requiere conocimientos previos sobre programación, pero sí demanda saber utilizar sus utilitarios para generar ambientes motivantes de solución y simulación. Al respecto, pudiera ser útil la realización de investigaciones orientadas a comprobar si el desarrollo de aplicaciones informáticas por parte de los estudiantes, o la necesidad de programación de sus escenarios didácticos, contribuye al aprendizaje significativo de los fundamentos del cálculo diferencial e integral o, por el contrario, si la realización de tareas extras de programación distrae los verdaderos objetivos de la asignatura en cuanto a sus aspectos cognitivos.

5. Referencias bibliográficas

Aqda, M. F., Hamidi, F., & Rahimi, M. (2011). The comparative effect of computer-aided instruction and traditional teaching on student's creativity in math classes. *Procedia Computer Science*, 3, 266-270.

- Arbain, N., & Shukor, N. A. (2015). The effects of GeoGebra on student's achievement. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 172, 208-214.
- Borovik, A., & Katz, M. G. (2012). Who gave you the Cauchy–Weierstrass tale? The dual history of rigorous calculus. *Foundations of Science*, 17(3), 245-276
- Cejas León, R., Navío Gámez, A., & Barroso Osuna, J. M. (2016). Las competencias del profesorado universitario desde el modelo TPACK (conocimiento tecnológico y pedagógico del contenido). *Pixel-Bit. Revista de Medios y Educación*, 49, 105-119.
- Cheung, A. C., & Slavin, R. E. (2013). The effectiveness of educational technology applications for enhancing mathematics achievement in K-12 classrooms: A meta-analysis. *Educational Research Review*, 9, 88-113.
- Godino, J. D. (2014). *Indicadores de idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas*.
- González, F. E. (2016). Los nuevos roles del profesor de matemática Retos de la Formación de Docentes para el Siglo XXI. *Paradigma*, 21(1), 139-172.
- Gravemeijer, K., Stephan, M., Julie, C., Lin, F. L., & Ohtani, M. (2017). What Mathematics Education May Prepare Students for the Society of the Future? *International Journal of Science and Mathematics Education*, 15(1), 105-123.
- Laal, M., & Ghodsi, S. M. (2012). Benefits of collaborative learning. *Procedia-social and Behavioral Sciences*, 31, 486-490.
- López, C., Benedito, V., & León, M. J. (2016). El enfoque de competencias en la formación universitaria y su impacto en la evaluación: la perspectiva de un grupo de profesionales expertos en pedagogía. *Formación Universitaria*, 9(4), 11-22.
- Niss, M., Bruder, R., Planas, N., Turner, R., & Villa-Ochoa, J. A. (2016). Survey team on: conceptualization of the role of competencies, knowing and knowledge in mathematics education research. *Zdm*, 48(5), 611-632
- Tall, D., & Katz, M. (2014). A cognitive analysis of Cauchy's conceptions of function, continuity, limit and infinitesimal, with implications for teaching the calculus. *Educational Studies in Mathematics*, 86(1), 97-124.
- Tulbure, C. (2012). Learning styles, teaching strategies and academic achievement in higher education: A cross-sectional investigation. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 33, 398-402.
- Vargas, W. M. R., Layedra, N. D. P. B., & Pilco, J. M. O. (2018). Software libre matemático y su incidencia en el aprendizaje del cálculo diferencial. *mktDESCUBRE*, 1(Décima), 102-110.
- Vogel, F., Kollar, I., Ufer, S., Reichersdorfer, E., Reiss, K., & Fischer, F. (2016). Developing argumentation skills in mathematics through computer-supported collaborative learning: The role of transactivity. *Instructional Science*, 44(5), 477-500.
- Zengin, Y., Furkan, H., & Kutluca, T. (2012). The effect of dynamic mathematics software geogebra on student achievement in teaching of trigonometry. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 31, 183-187.